

Σύντομης ανάπτυξης προβλήματα

Κάθε πρόβλημα έχει μέγιστη βαθμολογία 10 μονάδες

1. Οι περισσότεροι κομήτες “μιας εμφάνισης” εισέρχονται στο εσωτερικό Ηλιακό Σύστημα προερχόμενοι από το Νέφος του Oort. Εκτιμήστε πόσο χρόνο χρειάζεται ένας κομήτης για κάνει αυτό το ταξίδι. Υποθέστε ότι στο Νέφος του Oort, που βρίσκεται 35.000 AU από τον Ήλιο, ο κομήτης βρίσκεται στο αφήλιό του.
2. Εκτιμήστε το πλήθος των αστερών ενός σφαιρωτού σμήνους διαμέτρου 40 pc, αν η ταχύτητα διαφυγής στην άκρη του σμήνους είναι 6 km s^{-1} και οι περισσότεροι αστέρες είναι παρόμοιοι με τον Ήλιο μας.
3. Στις 9 Μαρτίου 2011 η διαστημοσυσκευή Voyager βρισκόταν σε απόσταση 116,406 AU από τον Ήλιο και κινείται με ταχύτητα $17,062 \text{ km s}^{-1}$. Προσδιορίστε τον τύπο της τροχιάς της διαστημοσυσκευής. Είναι: (a) ελλειπτική, (b) παραβολική ή (c) υπερβολική; Ποια είναι η φαινόμενο μέγεθος του Ήλιου όπως αυτός φαίνεται από το Voyager;

4. Ας υποθέσουμε ότι ο δορυφόρος Φόβος περιφέρεται γύρω από τον Άρη σε μια τέλεια κυκλική τροχιά στο ισημερινό επίπεδο του πλανήτη. Προσδιορίστε το χρονικό διάστημα που ο Φόβος βρίσκεται πάνω από τον ορίζοντα για ένα τυχαίο σημείο στον ισημερινό του Άρη.

Χρησιμοποιείστε τα ακόλουθα δεδομένα:

$$\text{Ακτίνα Άρη, } R_{\text{Mars}} = 3.393 \text{ km}$$

$$\text{Περίοδος περιστροφής Άρη, } T_{\text{Mars}} = 24,623 \text{ ώρες}$$

$$\text{Μάζα Άρη, } M_{\text{Mars}} = 6,421 \times 10^{23} \text{ kg}$$

$$\text{Τροχιακή ακτίνα Φόβου, } R_p = 9.380 \text{ km}$$

5. Ποια πρέπει να είναι η διάμετρος ενός ραδιοτηλεσκοπίου που δουλεύει σε μήκος κύματος $\lambda = 1 \text{ cm}$, ούτως ώστε να έχει την ίδια διακριτική ικανότητα όπως ένα οπτικό τηλεσκόπιο διαμέτρου $D = 10 \text{ cm}$;
6. Οι παλιρροιακές δυνάμεις δημιουργούν ζεύγος δυνάμεων, οι οποίες προκαλούν ροπή πάνω στην Γη. Αν υποθέσουμε ότι κατά τη διάρκεια των τελευταίων εκατοντάδων εκατομμυρίων ετών, τόσο αυτή η ροπή όσο και ο αστρικός χρόνος ήταν σταθερά και είχαν τιμές $6 \times 10^{16} \text{ N m}$ και $3,15 \times 10^7 \text{ s}$ αντίστοιχα, υπολογίστε πόσες μέρες είχε ο χρόνος πριν από 600 εκατομμύρια χρόνια. Η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς και συμπαγούς σφαίρας ακτίνας R και μάζας m είναι $I = \frac{2}{5} m R^2$.

7. Ένας δορυφόρος περιφέρεται γύρω από τη Γη σε κυκλική τροχιά. Η αρχική ορμή του δορυφόρου δίνεται μέσω του διανύσματος \mathbf{p} . Σε μια δεδομένη χρονική στιγμή, ένα εκρηκτικό φορτίο πυροδοτείται και προσδίδει στον δορυφόρο μια επιπλέον ώθηση $\Delta\mathbf{p}$, μέτρου $|\mathbf{p}|$. Έστω α η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων \mathbf{p} και $\Delta\mathbf{p}$, και έστω β η γωνία μεταξύ του διανύσματος της ακτίνας περιφοράς του δορυφόρου και του διανύσματος $\Delta\mathbf{p}$.

Αναφορικά με τη διεύθυνση του διανύσματος της επιπλέον ώθησης $\Delta\mathbf{p}$, εξετάστε αν είναι δυνατόν να αλλάξει η τροχιά σε κάθε μία από τις πέντε περιπτώσεις που αναφέρονται πιο κάτω. Εάν είναι δυνατό, σημειώστε ένα **YES** στο Φύλλο Απαντήσεων και βρείτε τις τιμές των γωνιών α και β για τις οποίες η τροχιά υφίσταται. Αν η τροχιά δεν είναι εφικτή, απλά σημειώστε ένα **NO**.

- (a) υπερβολή με περίγειο το σημείο της έκρηξης
- (b) παραβολή με περίγειο το σημείο της έκρηξης
- (c) έλλειψη με περίγειο το σημείο της έκρηξης
- (d) κύκλος
- (e) έλλειψη με απόγειο το σημείο της έκρηξης;

Σημειώστε ότι για $\alpha = 180^\circ$ και $\beta = 90^\circ$ η νέα τροχιά θα είναι απλά μια ευθεία κατά μήκος της οποίας ο δορυφόρος θα εκτελέσει ελεύθερη πτώση, κάθετα προς το κέντρο της Γης.

8. Θεωρώντας ότι οι κόκκοι σκόνης είναι μελανά σώματα, υπολογίστε τη διάμετρο ενός σφαιρικού κόκκου σκόνης ο οποίος μπορεί να παραμείνει σε ισορροπία σε απόσταση 1 AU από τον Ήλιο μεταξύ της πίεσης ακτινοβολίας και της βαρυτικής δύναμης του Ήλιου. Θεωρείστε ότι η πυκνότητα των κόκκων άμμου είναι $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.
9. Η μέση απόσταση μεταξύ των αστέρων είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με τη διάμετρο των αστέρων. Εξαιτίας αυτού τα αστρικά σμήνη και οι γαλαξίες, οι οποίοι δεν περιέχουν διάχυτη ύλη, δεν αποκρύπτουν τα αντικείμενα πίσω από αυτά. Υπολογίστε τι ποσοστό του ουρανού αποκρύπτεται από τους αστέρες όταν παρατηρούμε ένα γαλαξία του οποίου η επιφανειακή λαμπρότητα $\mu = 18,0 \text{ mag arcsec}^{-2}$. Υποθέστε ότι ο γαλαξίας αποτελείται από αστέρες όμοιους προς τον Ήλιο.
10. Υπολογίστε την ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να έχει ένα πρωτόνιο για να διεισδύσει στην μαγνητόσφαιρα της Γης. Θεωρείστε ότι η αρχική διείσδυση είναι κάθετη προς μια ζώνη σταθερού μαγνητικού πεδίου 30 μT και πάχους $1,0 \times 10^4 \text{ km}$. Κατασκευάστε το διάγραμμα που δείχνει την τροχιά του σωματιδίου. (Σημειώστε ότι σε τόσο υψηλές ενέργειες η ορμή μπορεί να αντικατασταθεί από το λόγο E/c . Αγνοήστε οποιαδήποτε εκπομπή ακτινοβολίας).
11. Από το φάσμα ενός γαλαξία με ερυθρή μετατόπιση $z = 6,03$, βρέθηκε ότι η ηλικία των αστέρων του γαλαξία είναι μεταξύ 560 και 600 εκατομμυρίων ετών. Ποιο ήταν το z κατά την εποχή που δημιουργήθηκαν οι αστέρες σ' αυτόν το γαλαξία; Υποθέστε ότι η ηλικία του Σύμπαντος είναι $t_0 = 13,7 \times 10^9$ έτη και ότι ο ρυθμός διαστολής του Σύμπαντος αντιστοιχεί σε επίπεδο κοσμολογικό μοντέλο με κοσμολογική σταθερά $\Lambda = 0$. (Σε ένα τέτοιο μοντέλο ο συντελεστής κοσμικής κλίμακας R είναι ανάλογος προς τον χρόνο, δηλ. $R \propto t^{2/3}$, όπου t είναι ο χρόνος που έχει διέλθει από τη στιγμή της Μεγάλης Έκρηξης).
12. Εξ αιτίας της μετάπτωσης του άξονα περιστροφής της Γης, το τμήμα του ουρανού που είναι ορατό από ένα τόπο με γεωγραφικές συντεταγμένες λ και φ μεταβάλλεται με το χρόνο. Είναι δυνατόν, κάποτε στο μέλλον, ο αστέρας Σείριος να γίνει αφανής για στην Κρακοβία, ενώ ο αστέρας Κάνωπος να γίνει αμφιφανής; Θεωρείστε ότι ο άξονας περιστροφής της Γης, λόγω της μεταπτωτικής κίνησής του, διαγράφει ένα κώνο με γωνία κορυφής 47° . Το γεωγραφικό πλάτος της Κρακοβίας είναι $50^\circ,1$ Βόρειο. Οι σημερινές ουρανογραφικές συντεταγμένες (ορθή αναφορά και απόκλιση) των δύο αστέρων είναι:
- Σείριος ($\alpha \text{ CMA}$): $6^{\text{h}} 45^{\text{m}}$, $-16^\circ 43'$
 Κάνωπος ($\alpha \text{ Car}$): $6^{\text{h}} 24^{\text{m}}$, $-52^\circ 42'$
13. Η εξίσωση της εκλειπτικής σε ουρανογραφικές συντεταγμένες (α , δ) είναι:
- $$\delta = \arctan(\sin \alpha \tan \varepsilon),$$
- όπου ε είναι η γωνία που σχηματίζει ο ουράνιος ισημερινός με το επίπεδο της εκλειπτικής. Να βρείτε μία ανάλογη σχέση $h = f(A)$ για τον γαλαξιακό ισημερινό (επίπεδο) σε οριζόντιες συντεταγμένες (A , h) για ένα παρατηρητή σε γεωγραφικό πλάτος $\varphi = 49^\circ 34'$ όταν ο αστρικός χρόνος είναι $\theta = 0^{\text{h}} 51^{\text{m}}$.
14. Να υπολογιστεί ο αριθμός των ηλιακών νετρίνων, που διέρχονται από ένα εμβαδόν 1 m^2 κάθετου προς την διεύθυνση του Ήλιου ανά δευτερόλεπτο στην επιφάνεια της Γης. Κάθε πυρηνική αντίδραση στον Ήλιο παράγει 26,8 MeV ενέργεια και 2 νετρίνα.
15. Δεδομένου ότι το φάσμα της κοσμικής ακτινοβολίας υποβάθρου παραμένει φάσμα μέλανος σώματος καθ' όλη τη διάρκεια της εξέλιξης του Σύμπαντος, υπολογίστε πώς μεταβάλλεται η θερμοκρασία του ως συνάρτηση της ερυθρής μετατόπισης, z . Ιδιαίτερως, να υπολογίσετε τη θερμοκρασία της ακτινοβολίας υποβάθρου κατά την εποχή που το $z \approx 10$ (ερυθρή μετατόπιση που έχει το πλέον απομακρυσμένο αντικείμενο του Σύμπαντος που έχει παρατηρηθεί). Η σημερινή θερμοκρασία της κοσμικής ακτινοβολίας υποβάθρου είναι 2,73 K.